

Zagadnienia do egzaminu poprawkowego

z matematyki

klasa I TL

rok szkolny 2023/2024

I. Liczby rzeczywiste

1. Stosować cechy podzielności liczb przez: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10
2. Znajomość pojęć: cyfra, liczba parzysta i nieparzysta, liczba pierwsza i złożona.
3. Wypisać dzielniki liczby naturalnej np.

A. 12

B. 20

C. 24

D. 35

E. 50

F. 60

G. 110

4. Spośród liczb rzeczywistych rozpoznać ; naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne.
5. Skracać i rozszerzać ułamki.
6. Zamieniać liczby mieszane na ułamki niewłaściwe i na odwrot np. $3\frac{2}{7} = \frac{23}{7}$ i $\frac{73}{6} = 12\frac{1}{6}$,
7. Zamieniać ułamki zwykłe na ułamki okresowe i na odwrot
np. $2\frac{1}{6} = 2,1(6)$ i $5,7(2) = 5\frac{7}{10} + \frac{2}{90}$.
8. Działania na liczbach: naturalnych (sposobem pisemnym), liczbach całkowitych (plusy, minusy), ułamkach zwykłych, liczbach dziesiętnych (również sposobem pisemnym), działania łączne na różnego typu liczbach (kolejność wykonywania działań).

Oblicz: $3 - \{9 - [18 - (-2)^3 \cdot (-3)^2]\}$, $2 \cdot (-5)^2 - (-3^2) - (-2)^2$, $\frac{1 - 0,125 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{8} - \frac{8}{7}}$,

$$4\frac{3}{4} \div \left(\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2}, \quad \frac{\left(3\frac{2}{3} - 2\frac{3}{4}\right) : 2\frac{1}{12}}{1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{7}{9} - \frac{2}{3}}, \quad 4\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2}, \quad \frac{\left(3\frac{2}{3} - 2\frac{3}{4}\right) : 2\frac{1}{12}}{1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{7}{9} - \frac{2}{3}}$$

9. Operacje na pierwiastkach drugiego i trzeciego stopnia.

Wyciągnąć spod pierwiastka jak największą wartość np. $\sqrt{24}$, $\sqrt[3]{72}$.

Oblicz $(4\sqrt{5})^2$, $(\sqrt{7})^3$, $\sqrt[3]{\frac{16}{25}} : \sqrt[3]{1\frac{1}{4}}$, $\frac{\sqrt{98} - \sqrt{50}}{\sqrt{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{4}{5}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{2}{25}}$

$$(\sqrt{27} + \sqrt{3} - \sqrt{12})^2, \quad \frac{2\sqrt{18} + 4\sqrt{50}}{7\sqrt{32}}, \quad \sqrt{1\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}}, \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} - 0,4\sqrt{25},$$

10. Usuwać niewymierność z mianownika ułamka

np. $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$, $\frac{6}{\sqrt{2}}$, $\frac{4}{3\sqrt{2}}$, $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$, $\frac{3-2\sqrt{5}}{-4\sqrt{5}}$, $\frac{4}{\sqrt{6}-2}$, $\frac{3-2\sqrt{5}}{1-4\sqrt{5}}$, $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$.

11. Operacje związane z potęgowaniem: podnieść do potęgi naturalnej każdą liczbę rzeczywistą, podnieść do potęgi całkowitej i wymiernej, stosować 5 własności potęgowania.

Np. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$, $81^{\frac{3}{2}}$, $2^5 \cdot 32^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$, $27^3 \cdot 9^5 \div 81^2$, $4^4 \cdot 2^4$, $8^3 \div 4^6 \cdot 2^2$,

$$4 \cdot 8^{-\frac{2}{3}}, \quad 4 \cdot 27^{\frac{2}{3}}, \quad 12^{\frac{5}{2}} \div 3^{\frac{5}{2}}, \quad \frac{4^5 \cdot 5^4}{20^4}, \quad (2^{-1} + 2^{-2})^{-1} - 4^0, \quad \left(-\frac{5}{2}\right)^{-3}, \quad 12^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}}, \quad 3 \cdot 27^{-\frac{4}{3}}$$

$$\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}, \quad 5^{-\frac{1}{2}} \div \left(5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{1\frac{1}{4}}\right), \quad 8^3 \div 4^6 \cdot 2^2$$

Zapisz w najprostszej postaci potęgi $3^5 \cdot 9^{-2} \cdot 27^3$

12. Logarytmy:

Oblicz liczbę $\frac{\log_5 125}{\log_5 25}$, $\frac{\log_3 27}{\log_3 \frac{1}{9}}$, $\log_{\sqrt{2}}(2\sqrt{2})$, $\log_{\sqrt{2}} 4\sqrt{2}$

Oblicz wartość wyrażenia: $\log_4 8 + 5 \log_4 2$, $2 \log 2 + \log 5 - \log 2$, $\log_5 0,04 - 2 \log_5 \sqrt{5} \cdot \log_5 25$, $\log_3 81 - \log_3 1 + \log 10$

Dane są liczby $a = \log_3 \frac{1}{27}$, $b = \log_3 3$, $c = \log_3 1$. Oblicz który z warunków jest prawdziwy?

A. $c < b < a$ **B.** $b < c < a$ **C.** $a < c < b$ **D.** $c < a < b$

Dane są liczby: $a = \log_{\frac{1}{2}} 16$, $b = \log_4 8$, $c = \log_4 \frac{1}{2}$. Ustaw liczby malejąco

13. Procenty:

- Obliczanie procentu (lub promilu) danej liczby.
- Wyznaczanie liczby gdy dany jest jej procent. np. Znajdź liczbę której 5% wynosi 14.
- Jakim procentem jednej liczby jest druga liczba np. Jakim procentem liczby 30 jest liczba 6
- Bilet lotniczy z Gdańska do Nowego Jorku kosztuje 2400 zł. Jaka byłaby jego cena, gdyby cenę obecną obniżono o 20%, a następnie podniesiono o 20%

Zadania:

Zad.1 Oblicz 15% z liczby 400

Zad.2 Oblicz liczbę, której 4% jest równe 8.

Zad.3 Na parkingu stoi 45 samochodów, z których 27 jest koloru niebieskiego. Oblicz jaki procent wszystkich samochodów stanowią samochody niebieskie.

Zad.4 Cena albumu bez podatku VAT wynosi 96zł. Oblicz cenę albumu z podatkiem VAT w wysokości 5%.

Zad.5 Cena roweru po obniżce o 15% była równa 850 zł. Oblicz ile kosztował rower przed obniżką.

Zad.6 Samochód kosztował 35 000 zł. Jego cenę obniżono o 10%, a następnie jeszcze raz obniżono o 20%. Oblicz cenę samochodu po obniżkach.

Zad.7 Cena towaru została podwyższona o 30%, a po pewnym czasie nową, wyższą cenę ponownie podwyższono, tym razem o 10%. Oblicz o ile procent zwiększyła się cena wyjściowa towaru.

Zad.8 Oblicz 401% liczby 40

Zad.9 Oblicz liczbę, której 6% jest równe 6.

Zad.10 Na premierę filmową sprzedano 320 biletów, w tym 144 ulgowe. Jaki procent sprzedanych biletów stanowiły bilety ulgowe.

Zad.11 Rower kosztuje 1353 zł. Oblicz cenę netto roweru, jeżeli podatek VAT wynosi 23%.

Zad.12 Spodnie po obniżce ceny o 30% kosztują 126zł. Oblicz ile kosztowały przed obniżką

Zad.13 Cena kajaka wynosiła 1000 zł. Cenę podniesiono najpierw o 20%, a następnie o 15%. Oblicz cenę kajaka po tych zmianach.

Zad.14 Cena drukarki obniżono o 20%, a następnie nową cenę obniżono o 10%. Oblicz o ile procent zmniejszała się cena drukarki w stosunku do ceny sprzed obu obniżek.

II. Działania na zbiorach i przedziałach

1. Dodawanie, mnożenie i odejmowanie zbiorów, np. $\{3, 4, 7, 8\} \cap \{2, 5, 7, 9\}$

Dane są zbiory $A = \{2, 5, 6, 9\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$. Wyznacz $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$

2. Dodawanie, mnożenie i odejmowanie przedziałów np. $(-5, 6) \cup (-\infty, 4) =$

Zaznacz na osi liczbowej przedziały $A = (-3, 5)$ $B = (3, \infty)$. Wyznacz $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$

III. Wzory skróconego mnożenia. Równania i nierówności

1. Wzory skróconego mnożenia, np. $(6x - 9)^2$, $(4\sqrt{3} + 7)^2$, $(a - 3b)(a + 3b)$

Uprość wyrażenie $(\sqrt{3} - 1)^2 - (2 - \sqrt{3})^2$

2. Wartość bezwzględna liczby.

Uprość wyrażenie: $|\sqrt{5} - 3| - |2 - \sqrt{5}|$, $|2\sqrt{3}| - |3 - 2\sqrt{3}|$, $|\sqrt{3} - 2| + |1 - \sqrt{3}|$

3. Rozwiąż równanie: $|x - 2| = 6$ $|x + 1| = 2$ $|2x + 3| = 4$

Rozwiąż nierówność: $|x - 5| > 3$ $|x + 3| \leq 4$

4. Równania i nierówności stopnia pierwszego z jedną niewiadomą

Rozwiąż równania $x(x + 3) - 56 = x(x - 5)$, $x(x + 2) - 6x + 4 = x^2 - 2(x - 1)$,

$(3x - 4)x + 5 = (3x + 1)(x - 3)$, $(x + 1)^2 = (x + 2)^2$

Rozwiąż nierówność. Zaznacz na osi zbiór rozwiązań nierówności: $3 + 4x \leq 1 - x$, $x - 4 < \sqrt{2}x - 1$

$x + 4 \geq \frac{1}{3}x$, $\frac{2x+1}{3} \leq \frac{3x-2}{4}$, $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} \leq \frac{2x}{5} + 1$, $(2 - x)(x + 2) > 1 - (x - 3)^2$,

$(3x - 1)^2 - 10x(x + 1) > (3 - x)(3 + x)$

IV. Układy równań liniowych

Zad.1 Rozwiąż układ równań metodą podstawiania. Sprawdź poprawność rozwiązania.

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} -x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Zad.2 Rozwiąż układ równań metodą przeciwnych współczynników. Sprawdź poprawność rozwiązania.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ 3x - y = 13 \end{cases}, \quad \begin{cases} 4x + y = -2 \\ 5x - 3y = -11 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$$

Zad.3 Rozwiązywać układy równań liniowych dowolną metodą

Rozwiąż układ równań dowolną metodą: $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

V. Funkcje

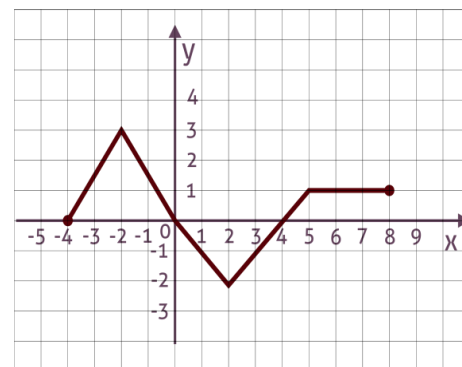
1. Określanie własności funkcji danej wykresem : dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność
2. Wyznaczanie dziedziny oraz miejsca zerowego funkcji określonej wzorem

np. $f(x) = 6 - 4x$, $f(x) = \frac{3x+9}{x-4}$, $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-1}$, $f(x) = \frac{2-3x}{x^2+1}$.

3. Narysować wykresy funkcji:

$$y = x^2, \quad y = x^3, \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = |x|, \quad f(x) = (x - 2)^2 + 3$$

4. Odczytać z wykresu własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, wartości dodatnie, wartości ujemne (rysunek obok)



5. Narysować wykres funkcji typu

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & \text{dla } x \in (-\infty; 1) \\ -4 & \text{dla } x \in \langle 1; 3 \rangle \\ 2x - 10 & \text{dla } x \in \langle 3; +\infty \rangle \end{cases}$$

6. Inne własności funkcji opisane wzorem np.

Podaj wartość funkcji $f(x) = -2x^4 - x^3 - x^2 - x + 5$ dla argumentu -2

Podaj argumenty dla których funkcja $f(x) = \frac{x+8}{2x-4}$ przyjmuje wartość $-4\frac{1}{2}$

7. Przekształcenia wykresów funkcji $y = f(x)$:

- o w przesunięciu o wektor, np. $[-3; -4]$: $y = f(x + 3) - 4$
- o w symetrii względem osi OX (czyli osi odciętych): $y = -f(x)$
- o w symetrii względem osi OY (czyli osi rzędnych): $y = f(-x)$