

**Zagadnienia do egzaminu poprawkowego
z matematyki
klasa II TŻ
rok szkolny 2023/2024**

I. Funkcje

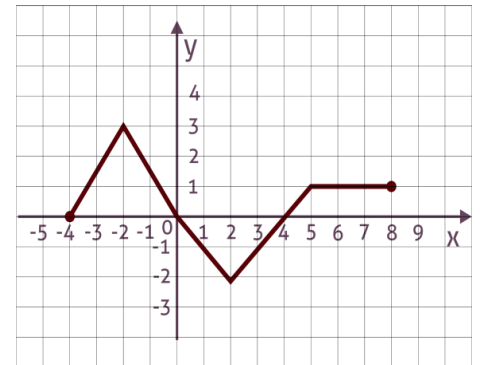
1. Określanie własności funkcji danej wykresem : dziedziną, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność
2. Wyznaczanie dziedziny oraz miejsca zerowego funkcji określonej wzorem

np. $f(x) = 6 - 4x$, $f(x) = \frac{3x+9}{x-4}$, $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-1}$, $f(x) = \frac{2-3x}{x^2+1}$.

3. Narysować wykresy funkcji:

$$y = x^2, \quad y = x^3, \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = |x|, \quad f(x) = (x-2)^2 + 3$$

4. Odczytać z wykresu własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, wartości dodatnie, wartości ujemne (rysunek obok)



5. Inne własności funkcji opisane wzorem np.

Podaj wartość funkcji $f(x) = -2x^4 - x^3 - x^2 - x + 5$ dla argumentu -2

Podaj argumenty dla których funkcja $f(x) = \frac{x+8}{2x-4}$ przyjmuje wartość $-4\frac{1}{2}$

6. Przekształcenia wykresów funkcji $y = f(x)$:

- o w przesunięciu o wektor, np. $[-3; -4]$: $y = f(x+3) - 4$
- o w symetrii względem osi OX (czyli osi odciętych): $y = -f(x)$
- o w symetrii względem osi OY (czyli osi rzędnych): $y = f(-x)$

II. Funkcja liniowa

Rysowanie wykresu funkcji, znajomość wzorów prostej poziomej i prostej pionowej, wyznaczanie wzoru funkcji przechodzącej przez dwa punkty, wyznaczanie wzoru prostej równoległej, wyznaczanie wzoru prostej prostopadłej, wyliczanie punktu przecięcia się dwóch prostych, sprawdzanie czy dany punkt należy do prostej, monotoniczność funkcji liniowej.

np. Zad. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = (1+5m)x - 3$ jest malejąca.

Zad. Wyznacz równanie prostej przechodzącej punkty $A(1, 2)$ i $B(3, 4)$.

Wyznacz również równanie prostej prostopadłej do prostej AB w punkcie o współrzędnych $C(2, 3)$

Zad. Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $2x - y - 11 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (1, 2)$.

Zad. Wyznacz wzór prostej, która przechodzi przez punkt $P(6, -2)$ i jest prostopadła do prostej

$$y = -x + 4$$

Zad. Sprawdź który z punktów $P(-6, -9)$, $Q(7, 19)$ należy do wykresu funkcji $y = 2x + 3$

Zad. Wyznacz punkty w których prosta przecina osie układu współrzędnych i określ monotoniczność funkcji:
 $y = -2x - 3$.

Zad. Wyznacz równanie prostej k , która jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -3x + 4$ i przechodzi przez punkt $P = (-2, 3)$.

Zad. Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = 2x + b$ ma takie samo miejsce zerowe jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 4$. Oblicz wartość wyrazu wolnego b .

Zad. Dla jakich wartości parametru m proste y_1 i y_2 są równoległe: $y_1 = mx - 5$,

$$y_2 = (1 - 2m)x + 7.$$

Zad. O funkcji liniowej $f(x) = ax + b$ wiadomo, że jest rosnąca, a jej wykres przecina oś OY poniżej osi OX . Prawdą jest, że:

A. $a > 0, b > 0$

B. $a > 0, b < 0$

C. $a < 0, b > 0$

D. $a < 0, b < 0$

Zad. Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$, a punkt $M = (0, -2)$ należy do wykresu tej funkcji. Wyznacz wzór funkcji $f(x)$

III. Układy równań

Zad. Rozwiąż graficznie i algebraicznie układ równań

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ y = -x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4x - 5 \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$$

IV Funkcja kwadratowa

Zad. Narysuj wykres funkcji $f(x)$. Podać jej zbiór wartości oraz współrzędne wierzchołka paraboli $f(x) = (x - 2)^2 + 3$.

Zad. Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$ jest parabola. Oblicz współrzędne wierzchołka tej paraboli. Zapisz tę funkcję w postaci kanonicznej

Zad. Wyznacz równanie prostej będącej osią symetrii paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 4x + 19$.

Zad. Funkcja $y = -(x - 4)^2 - 6$ jest rosnąca w przedziale:

A. $(-\infty; -6 >$

B. $(-\infty; 4 >$

C. $< 4; \infty)$

D. $< -6; \infty)$

Zad. Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$ jest przedział:

A. $\langle 4; +\infty)$

B. $\langle 4; +\infty)$

C. $(-\infty; 4)$

D. $(-\infty; 4)$

Zad. Funkcja $f(x) = -2(x + 5)(x - 11)$ jest rosnąca w przedziale:

A. $(-\infty; 3 >$

B. $(-\infty; 5 >$

C. $(-\infty; 11)$

D. $< 6; \infty)$

Zad. Wskaż funkcję kwadratową, której zbiorem wartości jest przedział $\langle -2; \infty \rangle$

A. $y = -2x^2 + 2$ B. $y = -(x + 1)^2 - 2$ C. $y = 2(x - 1)^2 + 2$ D. $y = (x + 1)^2 - 2$

Zad. Wyznacz miejsca zerowe funkcji i zapisz jej wzór w postaci iloczynowej: (2p)

$$f(x) = x^2 - 6x - 7$$

Zad. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli danej równaniem

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

Zad. Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

w przedziale $\langle -2; 0 \rangle$ (2p)

Zad. Wykresem funkcji kwadratowej określonej wzorem $f(x) = -2x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku $W = (1, 2)$. Oblicz wartość współczynników b i c .

Zad. Wyznaczyć zbiór wartości oraz przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$

V Równania i nierówności

Zad. Liczby x_1 i x_2 są pierwiastkami równania: $2(x - 5)(x + 7) = 0$. Oblicz sumę x_1 i x_2

Zad. Rozwiąż równanie $2x^2 - 2x = 0$

Zad. Rozwiąż równanie $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

Zad. Rozwiąż nierówność: $-x^2 - 6x - 10 < 0$

Zad. Rozwiąż nierówność: $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

Zad. Oblicz jakie liczby całkowite spełniają nierówność: $4 - x^2 > 0$

Zad. Rozwiąż nierówność: $2x^2 - 4x \geq (x + 3)(x - 2)$