

Wymagania na egzamin poprawkowy z matematyki  
klasa piąta technikum  
w roku szkolnym 2023/2024

Uczeń powinien bezwzględnie umieć rozwiązywać równania i nierówności: **K-P**

1. stopnia pierwszego z jedną niewiadomą,
2. kwadratowe,
3. wielomianowe (różne metody),
4. wymierne (równania),

oraz

5. rozwiązywać trzema podstawowymi metodami układy dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.

Uczeń powinien również:

1. umieć liczyć (działania łączne na liczbach wymiernych), **K**
2. umieć stosować wzory skróconego mnożenia, **K**
3. znać zbiory liczbowe i określać do jakiego zbioru liczbowego należy dana liczba, **K**
4. umieć wykonywać podstawowe obliczenia procentowe (trzy typy zadań); również pamięciowo, **K**
5. znać rodzaje przedziałów liczbowych i umieć je dodawać, mnożyć i odejmować, **K-P**
6. umieć dodawać, odejmować, mnożyć liczby niewymierne, **K-P**
7. umieć usuwać niewymierność z mianownika ułamka, **K-P**
8. umieć wyciągać spod pierwiastka jak największą wartość, **K**
9. umieć upraszczać wyrażenia wymierne, **K**
10. umieć podnieść dowolną liczbę zarówno do potęgi całkowitej, jak i wymiernej, **K**
11. umieć stosować w prostych przykładach pięć własności dotyczących potęgowania, **K-P-R**
12. znać pojęcie funkcji, **K**
13. umieć zapisać własności funkcji określonej wykresem, **K-P**
  - a. dziedzinę funkcji,
  - b. zbiór wartości funkcji,
  - c. miejsca zerowe funkcji,
  - d. znak funkcji,
  - e. monotoniczność funkcji,
  - f. wartości największa i najmniejsza,
  - g. wartość funkcji dla danego argumentu,
  - h. argumenty funkcji dla danej wartości,

14. umieć rysować wykresy funkcji po: **K**

- a. po przesunięciu o dany wektor,
- b. w symetrii względem osi OX i osi OY,
- c. w symetrii względem początku układu współrzędnych.

W dziale „Funkcja kwadratowa” uczeń:

1. zna wzory na ważniejsze punkty wykresu funkcji, **K**
2. zna informację związane z wyróżnikiem trójmianu kwadratowego i wykorzystuje ją w rozwiązywaniu zadań, **K-P**
3. umie narysować wykres funkcji kwadratowej określonej dowolnym wzorem i opisać jej własności, **K-P**
4. zna postać iloczynową i postać kanoniczną funkcji kwadratowej i potrafi je wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań, **K-P-R**
5. umie przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach, **K-P**
6. umie wyznaczyć wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych danych, **K-P-R-D**

W dziale „Wielomiany” uczeń:

1. umie dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany, **K**
2. wie kiedy dwa wielomiany są sobie równe i potrafi zastosować to w zadaniu, **K-P**
3. stosuje twierdzenie Bezoute w prostych zadaniach, **K-P**

W dziale „Wyrażenia wymierne” uczeń umie:

1. określać dziedzinę wyrażeń wymiernych, **K-P**
2. skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne, **P-R-D**
3. dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne, **P-R-D**

W dziale „Ciągi” uczeń potrafi:

1. zbadać monotoniczność ciągu, **P**
2. narysować wykres ciągu, **K**
3. wyznaczać wyrazy ciągu na podstawie różnych warunków, **K-P-R**
4. rozróżniać ciąg arytmetyczny od geometrycznego na podstawie ich wyrazów, **K**
5. sprawdzić, czy ciąg jest arytmetyczny (geometryczny), **K-P**
6. wyznaczyć różnicę (iloraz) ciągu arytmetycznego (geometrycznego), **K-P**
7. obliczyć wartość dowolnego wyrazu, oraz sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego) mając dany jego pierwszy wyraz i różnicę (iloraz), **K-P**
8. wyznaczać ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie różnych przesłanek. **K-P-R**

W dziale „Rachunek prawdopodobieństw” uczeń:

1. potrafi określić w pamięci prawdopodobieństwo w najprostszych zadaniach, **K**
2. potrafi obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, **K-P-R-D-W**
3. zna wzór na kombinacje i potrafi je policzyć, **K-P**
4. potrafi określić: średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę, rozstęp, wariancję, odchylenie standardowe i odchylenie przeciętne na podstawie danych różnie określonych, **K-P**

W dziale „Geometria analityczna” uczeń potrafi:

1. wyznaczyć współrzędne wektora, jego początek, lub jego koniec, **K**
2. przekształcać równanie okręgu i je narysować, **K**
3. wyznaczyć równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej, przechodzącej przez punkt, **K**
4. wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty, **K**
5. obliczyć środek i długość odcinka, **K**
6. zastosować wiadomości z wcześniejszych punktów w prostych zadaniach z treścią, **P-R-D**

W dziale „Planimetria” uczeń:

1. zna wzory i potrafi obliczyć pole i obwód koła, każdego trójkąta i czworokąta, **K-P**
2. zna twierdzenie Pitagorasa i potrafi je stosować w prostych zadaniach z treścią, **K-P**
3. umie wyznaczać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i i umie to wykorzystać w prostych zadaniach z treścią, **K-P-R**
4. potrafi rozwiązywać zadania na podobieństwo trójkątów, **K-P**
5. zna twierdzenie Talesa i potrafi układać zależności z jego wykorzystaniem, **K-P**

W dziale „Stereometria” uczeń:

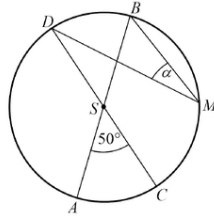
1. zna wzory na pola powierzchni i objętości brył, **K**
2. rozwiązuje zadania na pola i objętości brył. **K-P-R-D-W**

Wskazane jest aby dla bardziej szczegółowych wyjaśnień uczeń skontaktował się bezpośrednio z jego nauczycielem matematyki.

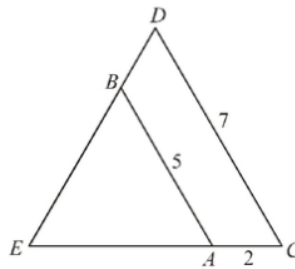
**Przykładowe zadania:**

- zad. 1.) Cenę nart obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena nart zmniejszyła się o:
- zad. 2.) Zbiorem rozwiązań nierówności  $\frac{2-x}{3} - \frac{2x-1}{2} < x$  jest przedział:
- zad. 3.) Funkcja kwadratowa określona jest wzorem  $f(x) = x^2 + x + c$ . Jeżeli  $f(3) = 4$  to  $f(1) =$
- zad. 4.) Wartość wyrażenia  $\frac{\sin^2 38^\circ + \cos^2 38^\circ - 1}{\sin^2 52^\circ + \cos^2 52^\circ + 1}$  jest równa:
- zad. 5.) Prosta  $k$  ma równanie  $y = 2x - 3$ . Wskaż równanie prostej  $l$  równoległej do prostej  $k$  i przechodzącej przez punkt  $D$  o współrzędnych  $(-2, 1)$ .
- zad. 6.) Liczba  $(2 - 3\sqrt{2})^2$  jest równa:
- zad. 7.) Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność  $\frac{x}{2} \leq \frac{2x}{3} + \frac{1}{4}$  jest:
- zad. 8.) Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (n + 3)(n - 5)$ . Liczba ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa:
- zad. 9.) Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ . Wartość wyrażenia  $2 - \cos^2 \alpha$  jest równa:
- zad. 10.) Proste o równaniach  $2x - 3y = 4$  i  $5x - 6y = 7$  przecinają się w punkcie  $P$ . Stąd wynika, że  $P =$
- zad. 11.) Liczba  $\log_3 27 - \log_3 1$  jest równa:
- zad. 12.) Równanie  $(2x - 1)(x - 2) = (1 - 2x)(x + 2)$  ma dwa rozwiązania. Są to liczby:
- zad. 13.) Liczby 2, -1, 4, są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , określonego dla liczb naturalnych  $n \geq 1$ . Wzór ogólny tego ciągu ma postać:
- zad. 14.) Wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym  $60^\circ$  i ramieniu długości  $2\sqrt{3}$  jest równa:
- zad. 15.) Prosta o równaniu  $y = ax + b$  jest prostopadła do prostej o równaniu  $y = -4x + 1$  i przechodzi przez punkt  $P = (\frac{1}{2}, 0)$ , gdy: {wyznaczyć  $a$  i  $b$ }
- zad. 16.) Liczba  $3^{\frac{9}{4}}$  jest równa:  $(3 \cdot \sqrt[4]{3}, \text{ czy } 9 \cdot \sqrt[4]{3}, \text{ czy } 27 \cdot \sqrt[4]{3}, \text{ czy } 3^9 \cdot 3^{\frac{1}{4}})$
- zad. 17.) Liczba rzeczywistych rozwiązań równania  $(x + 1)(x + 2)(x^2 + 3) = 0$  jest równa:
- zad. 18.) Liczby  $x - 2, 6, 12$ , w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba  $x$  jest równa:

- zad. 19.) Średnice  $AB$  i  $CD$  okręgu o środku  $S$  przecinają się pod kątem (tak jak na rysunku). Miara kąta  $\alpha$  jest równa:

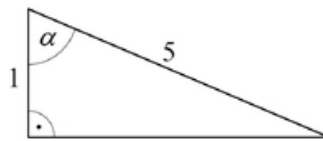


- zad. 20.) Każdy uczestnik spotkania dwunastoosobowej grupy przyjaciół uściśnięt dłoń każdemu z pozostałych członków tej grupy. Liczba wszystkich uścisków dłoni była równa:
- zad. 21.) Ułamek  $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$  jest równy:
- zad. 22.) Zbiorem rozwiązań nierówności  $x(x+6) < 0$  jest:
- zad. 23.) Ciąg  $(27, 18, x+5)$  jest geometryczny. Wtedy  $x =$
- zad. 24.) Odcinki  $AB$  i  $CD$  są równoległe i  $|AB| = 5$ ,  $|AC| = 2$ ,  $|CD| = 7$  (zobacz rysunek). Długość odcinka  $AE$  jest równa:



- zad. 25.) Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej trzy wynosi:
- zad. 26.) Iloczyn  $2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 9$  jest równy:
- zad. 27.) Rozwiązaniem równania  $\frac{3x-1}{7x+1} = \frac{2}{5}$  jest:
- zad. 28.) Miary kątów czworokąta tworzą ciąg geometryczny o różnicy  $20^0$ . najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę:
- zad. 29.) W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy:
- zad. 30.) Jeżeli  $A$  i  $B$  są zdarzeniami losowymi,  $B'$  jest zdarzeniem przeciwnym do  $B$ ,  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B') = 0,4$  oraz  $A \cap B = \emptyset$ , to  $P(A \cup B)$  jest równe:
- zad. 31.) Liczba  $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$  jest równa:

- zad. 32.) Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący liczbą pierwszą. Spośród liczb:  $f(42)$ ,  $f(44)$ ,  $f(45)$ ,  $f(48)$  największa to:
- zad. 33.) Dany jest ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$  dla  $n \geq 1$ . Wówczas wyraz  $a_5$ , tego ciągu jest równy:
- zad. 34.) Pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu 5 jest równe:
- zad. 35.) Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech  $p$  oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy:  
 $\{0 \leq p < 0,2; \text{ czy } 0,2 \leq p \leq 0,35; \text{ czy } 0,35 < p \leq 0,5; \text{ czy } 0,5 < p \leq 1\}$
- zad. 36.) Wyrażenie  $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{2x-1}{x+3}$  jest równe:
- zad. 37.) Funkcja liniowa  $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$  jest malejąca, gdy  $m \in$
- zad. 38.) Jeżeli kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ , to  $\frac{2-\cos \alpha}{2+\cos \alpha}$  równa się:
- zad. 39.) W trójkącie równoramiennym  $ABC$  dane są  $|AC| = |BC| = 5$  oraz wysokość  $|CD| = 2$ . Podstawa  $|AB|$  tego trójkąta ma długość:
- zad. 40.) Pole powierzchni całkowitej graniastostupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równa 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastostupa jest równa:
- zad. 41.) Równość  $\frac{m}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{5}$  zachodzi dla  $m =$
- zad. 42.) O funkcji liniowej  $f$  wiadomo, że  $f(1) = 2$ . Do wykresu tej funkcji należy punkt  $P = (-2; 3)$ . Wzór funkcji  $f$  to:
- zad. 43.) W trójkącie prostokątnym na rysunku poniżej, sinus kąta ostrego  $\alpha$  jest równy:



- zad. 44.) Punkty  $A = (-1, 2)$  i  $B = (5, -2)$  są dwoma sąsiednimi wierzchołkami rombu  $ABCD$ . Obwód tego rombu jest równy:
- zad. 45.) Przekątna sześcianu ma długość  $4\sqrt{3}$ . Pole powierzchni tego sześcianu jest równe:
- zad. 46.) Wartość wyrażenia  $x^2 - 6x + 9$  dla  $x = \sqrt{3} + 3$  jest równa:
- zad. 47.) Liczba  $(-2)$  jest miejscem zerowym funkcji liniowej  $f(x) = mx + 2$ . Wtedy  $m =$
- zad. 48.) Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\sin \alpha = \frac{7}{13}$ . Wtedy  $\operatorname{tg} \alpha$  jest równy:

- zad. 49.) Punkt  $S = (2, 7)$  jest środkiem odcinka  $AB$ , w którym  $A = (-1, 3)$ . Punkt  $B$  ma współrzędne:
- zad. 50.) Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości  $6$ . Objętość tego stożka jest równa: