Andrzej Klaman

Wymagania na egzamin poprawkowy z matematyki
klasa czwarta Technikum (po gimnazjum)
w roku szkolnym 2022/2023

Uczeń powinien bezwzględnie umieć rozwiązywać równania i nierówności: **K-P**

1. stopnia pierwszego z jedną niewiadomą,
2. kwadratowe,
3. wielomianowe (różne metody),
4. wymierne (równania),

oraz

5. rozwiązywać trzema podstawowymi metodami układy dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.

Uczeń powinien również:

1. umieć liczyć (działania łączne na liczbach wymiernych), **K**
2. umieć stosować wzory skróconego mnożenia, **K**
3. znać zbiory liczbowe i określać do jakiego zbioru liczbowego należy dana liczba, **K**
4. umieć wykonywać podstawowe obliczenia procentowe (trzy typy zadań); również pamięciowo, **K**
5. znać rodzaje przedziałów liczbowych i umieć je dodawać, mnożyć i odejmować, **K-P**
6. umieć dodawać, odejmować, mnożyć liczby niewymierne, **K-P**
7. umieć usuwać niewymierność z mianownika ułamka, **K-P**
8. umieć wyciągać spod pierwiastka jak największą wartość, **K**
9. umieć upraszczać wyrażenia wymierne, **K**
10. umieć podnieść dowolną liczbę zarówno do potęgi całkowitej, jak i wymiernej, **K**
11. umieć stosować w prostych przykładach pięć własności dotyczących potęgowania, **K-P-R**
12. znać pojęcie funkcji, **K**
13. umieć zapisać własności funkcji określonej wykresem, **K-P**

    a. dziedzinę funkcji,
    b. zbiór wartości funkcji,
    c. miejsca zerowe funkcji,
    d. znak funkcji,
    e. monotoniczność funkcji,
    f. wartości największa i najmniejsza,
    g. wartość funkcji dla danego argumentu,
    h. argumenty funkcji dla danej wartości,

14. umie rysować wykresy funkcji po: **K**

    a. po przesunięciu o dany wektor,
    b. w symetrii względem osi OX i osi OY,
    c. w symetrii względem początku układu współrzędnych.

W dziale „Funkcja kwadratowa” uczeń:

1. zna wzory na ważniejsze punkty wykresu funkcji, **K**
2. zna informację związane z wyróżnikiem trójmianu kwadratowego i wykorzystuje ją w rozwiązywaniu zadań, **K-P**
3. umie narysować wykres funkcji kwadratowej określonej dowolnym wzorem i opisać jej własności, **K-P**
4. zna postać iloczynową i postać kanoniczną funkcji kwadratowej i potrafi je wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań, **K-P-R**
5. umie przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach, **K-P**
6. umie wyznaczyć wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych danych, **K-P-R-D**

W dziale „Wielomiany” uczeń:

1. umie dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany, **K**
2. wie kiedy dwa wielomiany są sobie równe i potrafi zastosować to w zadaniu, **K-P**
3. stosuje twierdzenie Bezoute w prostych zadaniach, **K-P**

W dziale „Wyrażenia wymierne” uczeń umie:

1. określać dziedzinę wyrażeń wymiernych, **K-P**
2. skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne, **P-R-D**
3. dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne, **P-R-D**

W dziale „Ciągi” uczeń potrafi:

1. zbadać monotoniczność ciągu, **P**
2. narysować wykres ciągu, **K**
3. wyznaczać wyrazy ciągu na podstawie różnych warunków, **K-P-R**
4. rozróżniać ciąg arytmetyczny od geometrycznego na podstawie ich wyrazów, **K**
5. sprawdzić, czy ciąg jest arytmetyczny (geometryczny), **K-P**
6. wyznaczyć różnicę (iloraz) ciągu arytmetycznego (geometrycznego), **K-P**
7. obliczyć wartość dowolnego wyrazu, oraz sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego) mając dany jego pierwszy wyraz i różnicę (iloraz), **K-P**
8. wyznaczać ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie różnych przesłanek. **K-P-R**

W dziale „Rachunek prawdopodobieństw” uczeń:

1. potrafi określić w pamięci prawdopodobieństwo w najprostszych zadaniach, **K**
2. potrafi obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, **K-P-R-D-W**
3. zna wzór na kombinacje i potrafi je policzyć, **K-P**
4. potrafi określić: średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę, dominantę, rozstęp, wariancję, odchylenie standardowe i odchylenie przeciętne na podstawie danych różnie określonych, **K-P**

W dziale „Geometria analityczna" uczeń potrafi:

1. wyznaczyć współrzędne wektora, jego początek, lub jego koniec, **K**
2. przekształcać równanie okręgu i je narysować, **K**
3. wyznaczyć równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej, przechodzącej przez punkt, **K**
4. wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty, **K**
5. obliczyć środek i długość odcinka, **K**
6. zastosować wiadomości z wcześniejszych punktów w prostych zadaniach z treścią, **P-R-D**

W dziale „Planimetria" uczeń:

1. zna wzory i potrafi obliczyć pole i obwód koła, każdego trójkąta i czworokąta, **K-P**
2. zna twierdzenie Pitagorasa i potrafi je stosować w prostych zadaniach z treścią, **K-P**
3. umie wyznaczać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i i umie to wykorzystać w prostych zadaniach z treścią, **K-P-R**
4. potrafi rozwiązywać zadania na podobieństwo trójkątów, **K-P**
5. zna twierdzenie Talesa i potrafi układać zależności z jego wykorzystaniem, **K-P**

W dziale „Stereometria" uczeń:

1. zna wzory na pola powierzchni i objętości brył, **K**
2. rozwiązuje zadania na pola i objętości brył. **K-P-R-D-W**

Wskazane jest aby dla bardziej szczegółowych wyjaśnień uczeń skontaktował się bezpośrednio z jego nauczycielem matematyki.

Przykładowe zadania:

zad. 1.) Cenę nart obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena nart zmniejszyła się o:

zad. 2.) Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{2-x}{3} - \frac{2x-1}{2} < x$ jest przedział:

zad. 3.) Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Jeżeli $f(3) = 4$ to $f(1) =$

zad. 4.) Wartość wyrażenia $\frac{\sin^2 38^0 + \cos^2 38^0 - 1}{\sin^2 52^0 + \cos^2 52^0 + 1}$ jest równa:

zad. 5.) Prosta k ma równanie $y = 2x - 3$. Wskaż równanie prostej l równoległej do prostej k i przechodzącej przez punkt D o współrzędnych $(-2, 1)$.

zad. 6.) Liczba $\left(2 - 3\sqrt{2}\right)^2$ jest równa:

zad. 7.) Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{2} \le \frac{2x}{3} + \frac{1}{4}$ jest:

zad. 8.) Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (n+3)(n-5)$. Liczba ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa:

zad. 9.) Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{3}{4}$. Wartość wyrażenia $2 - \cos^2\alpha$ jest równa:

zad. 10.) Proste o równaniach $2x - 3y = 4$ i $5x - 6y = 7$ przecinają się w punkcie P. Stąd wynika, że $P =$

zad. 11.) Liczba $\log_3 27 - \log_3 1$ jest równa:

zad. 12.) Równanie $(2x-1)(x-2) = (1-2x)(x+2)$ ma dwa rozwiązania. Są to liczby:

zad. 13.) Liczby 2, -1, 4, są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla liczb naturalnych $n \ge 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać:

zad. 14.) Wysokość trapezu równoramiennego o kącie ostrym 60^0 i ramieniu długości $2\sqrt{3}$ jest równa:

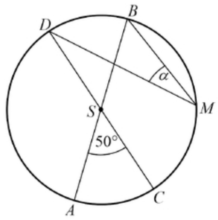
zad. 15.) Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$, gdy: $\{wyznaczyć\ a\ i\ b\}$

zad. 16.) Liczba $3^{\frac{9}{4}}$ jest równa: $\left(3 \cdot \sqrt[4]{3},\ czy\ \ 9 \cdot \sqrt[4]{3},\ czy\ \ 27 \cdot \sqrt[4]{3},\ czy\ \ 3^9 \cdot 3^{\frac{1}{4}}\right)$

zad. 17.) Liczba rzeczywistych rozwiązań równania $(x+1)(x+2)(x^2+3) = 0$ jest równa:

zad. 18.) Liczby $x - 2$, 6, 12, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x jest równa:

zad. 19.) Średnice AB i CD okręgu o środku S przecinają się pod kątem (tak jak na rysunku). Miara kąta α jest równa:



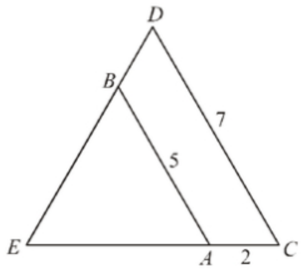
zad. 20.) Każdy uczestnik spotkania dwunastoosobowej grupy przyjaciół uścisnął dłoń każdemu z pozostałych członków tej grupy. Liczba wszystkich uścisków dłoni była równa:

zad. 21.) Ułamek $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ jest równy:

zad. 22.) Zbiorem rozwiązań nierówności $x(x+6)<0$ jest:

zad. 23.) Ciąg $(27,\ 18,\ x+5)$ jest geometryczny. Wtedy $x=$

zad. 24.) Odcinki AB i CD są równoległe i $|AB|=5,\ |AC|=2,\ |CD|=7$ (zobacz rysunek). Długość odcinka AE jest równa:



zad. 25.) Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej trzy wynosi:

zad. 26.) Iloczyn $2\cdot\log_{\frac{1}{3}}9$ jest równy:

zad. 27.) Rozwiązaniem równania $\frac{3x-1}{7x+1}=\frac{2}{5}$ jest:

zad. 28.) Miary kątów czworokąta tworzą ciąg geometryczny o różnicy 20^0.najmiejszy kąt tego czworokąta ma miarę:

zad. 29.) W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy:

zad. 30.) Jeżeli A i B są zdarzeniami losowymi, B' jest zdarzeniem przeciwnym do B, $P(A)=0{,}3,\ P(B')=0{,}4$ oraz $A\cap B=\emptyset$, to $P(A\cup B)$ jest równe:

zad. 31.) Liczba $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ jest równa:

zad. 32.) Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący liczbą pierwszą. Spośród liczb: $f(42)$, $f(44)$, $f(45)$, $f(48)$ największa to:

zad. 33.) Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ dla $n \geq 1$.
Wówczas wyraz a_5, tego ciągu jest równy:

zad. 34.) Pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu 5 jest równe:

zad. 35.) Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy:

$$\{0 \leq p < 0{,}2; \quad czy \quad 0{,}2 \leq p \leq 0{,}35; \quad czy \quad 0{,}35 < p \leq 0{,}5; \quad czy \quad 0{,}5 < p \leq 1\}$$

zad. 36.) Wyrażenie $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{2x-1}{x+3}$ jest równe:

zad. 37.) Funkcja liniowa $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$ jest malejąca, gdy $m \in$

zad. 38.) Jeżeli kąt α jest ostry i $tg\, \alpha = \frac{3}{4}$, to $\frac{2-\cos\alpha}{2+\cos\alpha}$ równa się:

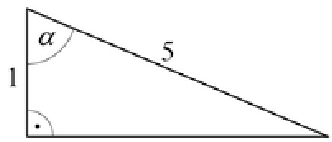
zad. 39.) W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 5$ oraz wysokość $|CD| = 2$.
Podstawa $|AB|$ tego trójkąta ma długość:

zad. 40.) Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równa 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa:

zad. 41.) Równość $\frac{m}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{5}$ zachodzi dla $m =$

zad. 42.) O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1) = 2$. Do wykresu tej funkcji należy punkt $P = (-2; 3)$. Wzór funkcji f to:

zad. 43.) W trójkącie prostokątnym na rysunku poniżej, sinus kąta ostrego α jest równy:



zad. 44.) Punkty $A = (-1, 2)$ i $B = (5, -2)$ są dwoma sąsiednimi wierzchołkami rombu $ABCD$.
Obwód tego rombu jest równy:

zad. 45.) Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Pole powierzchni tego sześcianu jest równe:

zad. 46.) Wartość wyrażenia $x^2 - 6x + 9$ dla $x = \sqrt{3} + 3$ jest równa:

zad. 47.) Liczba (-2) jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = mx + 2$. Wtedy $m =$

zad. 48.) Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{7}{13}$. Wtedy $tg\, \alpha$ jest równy:

zad. 49.) Punkt $S=(2,7)$ jest środkiem odcinka $AB,$ w którym $A=(-1,3).$ Punk B ma współrzędne:

zad. 50.) Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości $6.$ Objętość tego stożka jest równa: